



maturita
CENTRUM EDUKACYJNE

PRÓBNA MATURA Z MATURITĄ

Formuła 2023

MATEMATYKA



POZIOM PODSTAWOWY

**PROPOZYCJE ROZWIĄZAŃ
I ZASADY OCENIANIA**

Uwagi

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
2. Jeżeli zdający, rozwiązując zadanie otwarte, popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n - 1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Zadanie 1.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 2.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 3.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 4.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 5.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. – F 2. – P

Zadanie 6.

Zasady oceniania

2 pkt – wybranie dwóch odpowiedzi, z których obie są poprawne: B i E.

1 pkt – wybranie jednej lub dwóch odpowiedzi, z których jedna jest poprawna: B albo E.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

BE

Zadanie 7.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody rozwiązania równania i podanie wszystkich rozwiązań równania: $x = -3$ lub $x = 3$ lub $x = -\frac{5}{2}$.

1 pkt – przekształcenie lewej strony równania do postaci iloczynu wielomianów stopnia co najwyżej drugiego i rozwiązanie jednego z równań: $x^2 - 9 = 0$ albo $2x + 5 = 0$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zadanie 8.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 9.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 10.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 11.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 12.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 13.1.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 13.2.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Przykładowe rozwiązanie

$[-1, 3]$

Zadanie 13.3.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia postaci ogólnej funkcji f oraz zapisanie jej wzoru:

$$f(x) = -\frac{7}{8}x^2 + 1\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{8}$$

1 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci kanonicznej: $f(x) = a(x - 1)^2 + 3\frac{1}{2}$

lub w postaci iloczynowej $f(x) = a(x + 1)(x - 3)$ oraz poprawne obliczenie

$$a = -\frac{7}{8}$$

albo

– poprawne ułożenie układu równań trzech równań trzema niewiadomymi:

$$\begin{cases} 0 = a - b + c \\ 0 = 9a + 3b + c \\ 3\frac{1}{2} = a + b + c \end{cases}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zadanie 14.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C3

Zadanie 15.

Zasady oceniania

2 pkt – przeprowadzenie pełnego dowodu, tj. przekształcenie wyrażenia do postaci:

$$3^n(2 - 3 + 5 \cdot 3^2) = 3^n(2 - 3 + 45) = 3^n \cdot 44 = 3^{n-1} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 22 = 3^{n-1} \cdot 6 \cdot 22$$

albo

przeprowadzenie pełnego dowodu, tj. przekształcenie wyrażenia do postaci:

$$3^n(2 - 3 + 5 \cdot 3^2) = 3^n(2 - 3 + 45) = 3^n \cdot 44$$

oraz uzasadnienie, że liczba dzieli się przez 2 i przez 3, czyli jest podzielna przez 6.

1 pkt – przekształcenie wyrażenia do postaci $3^n \cdot 44$ i na tym zakończenie rozwiązania.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zadanie 16.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 17.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne obliczenie: $a_{12} = 1,7km + 3,3km = 5km$ i $S_{12} = 40,2 km$

1 pkt – poprawne obliczenie jednej z wartości: $a_{12} = 1,7km + 3,3km = 5km$
albo $S_{12} = 40,2 km$

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 18.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 19.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 20.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne obliczenie wartości cosinusa największego z kątów: $\cos(\angle BAC) = -\frac{3}{5}$

1 pkt – poprawne obliczenie długości trzech boków: $|AB| = 3$; $|BC| = \sqrt{52}$; $|AC| = 5$

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 21.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. – P 2. – F

Zadanie 22.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 23.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 24.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. – F 2. – P

Zadanie 25.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 26.

Zasady oceniania

4 pkt – prawidłowe obliczenie całkowitego kosztu płytek i podanie odpowiedzi: 16560 zł.

3 pkt – poprawna metoda obliczenia obu wymiarów kąpieliska : $a = 20$ (m) i $b = 20$ (m)

2 pkt – poprawne zapisanie wzoru na pole powierzchni kąpieliska w zależności od zmiennej a :

$P(a) = -a^2 + 40a + 320$ oraz podanie dziedziny funkcji $a \in (0,40)$

i prawidłowe obliczenie pierwszej współrzędnej wierzchołka paraboli $p = 20$
albo

poprawne zapisanie wzoru na pole powierzchni kąpieliska w zależności od zmiennej b : $P(b) = -b^2 + 40b + 320$ oraz podanie dziedziny funkcji $b \in (0,40)$

i prawidłowe obliczenie pierwszej współrzędnej wierzchołka paraboli $p = 20$

1 pkt – zapisanie związku między wymiarami kąpieliska: $2a + 2b = 80$ oraz poprawne zapisanie wzoru na pole powierzchni kąpieliska w zależności od jednej zmiennej:

$P(a) = -a^2 + 40a + 320$ albo $P(b) = -b^2 + 40b + 320$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania

Zadanie 27.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. – F 2. – P

Zadanie 28.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. – P 2. – F

Zadanie 29.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia prawdopodobieństwa zdarzenia A i podanie poprawnego wyniku: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$.

1 pkt – obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych: $|\Omega|=30$

albo

wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A

i niezapisanie żadnego niewłaściwego: $(5,4)$ $(5,3)$ $(4,5)$, $(3,5)$

albo

obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A :

$|A| = 4$

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 30.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 31.

Zasady oceniania

4 pkt – wyznaczenie wartości sinusa kąta nachylenia wysokości tego ostrosłupa do krawędzi bocznej: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$

3 pkt – obliczenie długości wysokości ściany bocznej $h = 6$ i długości krawędzi bocznej $b = 2\sqrt{10}$

2 pkt – obliczenie długości krawędzi podstawy $a = 4$

1 pkt – prawidłowe sporządzenie rysunku i zaznaczenie kąta nachylenia wysokości tego ostrosłupa do krawędzi bocznej.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.