maturita
CENTRUM EDUKACYJNE

PRÓBNA MATURA Z MATURITĄ | **Formuła 2023**

MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

DATA: **kwiecień 2023 r.**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

KOD UCZNIA

PESEL

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz zapoznaj się z instrukcją na stronie 3.

Próbna matura z Maturitą
Matematyka – poziom podstawowy

Copyright © for this edition CENTRUM EDUKACYJNE MATURITA S.C.

Centrum Edukacyjne Maturita s.c.
ul. Podwale 11/6
85-111 Bydgoszcz
Edukacja i zapisy: 501-373-306
Administracja: 513-438-427
kontakt@maturita.pl

maturita.pl

Maturita - Kursy maturalne i ósmoklasisty

maturita_kursy

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 30 stron (zadania 1–31).
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Symbol ☐☐☐☒ zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych,* cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\frac{27^{\frac{1}{3}} \cdot 81}{(3^2)^3}$ jest równa

A. 3^0 **B.** 1 **C.** 3^{-1} **D.** $\frac{1}{9}$

Brudnopis

Zadanie 2. (0–1)

Pan Jan wpłacił do banku 30 000 zł na lokatę z oprocentowaniem równym 2% w skali roku. Odsetki są naliczane i kapitalizowane co rok.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Stan konta pana Jana po pięciu latach będzie wynosił

A. $30\,000 \cdot (1{,}02)^5$ zł

B. $30\,000 \cdot 1{,}10$ zł

C. $30\,000 \cdot 1{,}02 \cdot 5$ zł

D. $30\,000 \cdot 1{,}07$ zł

Brudnopis

Zadanie 3. (0–1)

W sklepie aktualna cena spodni wynosi 220,17 zł. W ramach promocji świątecznej cena ma zostać obniżona o kwotę podatku VAT. Stawka podatku VAT wynosi 23%.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cena spodni w czasie promocji będzie wynosiła

A. 270,81 zł **B.** 169,53 zł **C.** 179 zł **D.** 50,64 zł

Brudnopis

Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\log_6(6^3 + 6^2)$ wynosi

A. 6 **B.** $\log_6 6^3 + \log_6 6^2$ **C.** $\log_6 30$ **D.** $2 + \log_6 7$

Brudnopis

Zadanie 5. (0–1)

Dane jest wyrażenie wymierne $W(x) = \frac{x+5}{2x-14} - \frac{x-1}{x-7}$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dziedziną wyrażenia $W(x)$ jest zbiór $\mathbb{R} - \{-7,7\}$.	**P**	**F**
Wartość wyrażenia $W(x)$ jest równa $-\frac{1}{2}$.	**P**	**F**

Brudnopis

6.
0-2

Zadanie 6. (0–2)

Dokończ zdanie. Zaznacz <u>dwie</u> odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Dane wyrażenie $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + 1$ jest równe

A. $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

C. $-2+\sqrt{6}$

D. $\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

E. $-2-\sqrt{6}$

Brudnopis

7.
0-2

Zadanie 7. (0–2)

Rozwiąż równanie $2x^3 + 5x^2 - 18x - 45 = 0$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wielomian $W(x) = x^2(x-3) - (x-3)$ można zapisać w postaci

A. $W(x) = x^2(x-3)$

B. $W(x) = (x^2+1)(x-3)$

C. $W(x) = (x-1)(x+1)(x-3)$

D. $W(x) = x(x-3)^2$

Brudnopis

Zadanie 9. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(x-5)(x^2+2x+1)(3x-1)}{x^2-1} = 0$ ma w zbiorze liczb całkowitych dokładnie

A. jedno rozwiązanie

B. dwa rozwiązania

C. trzy rozwiązania

D. cztery rozwiązania

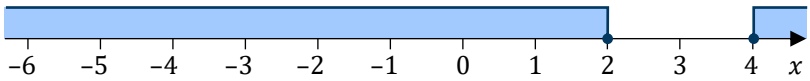
Brudnopis

Zadanie 10. (0–1)

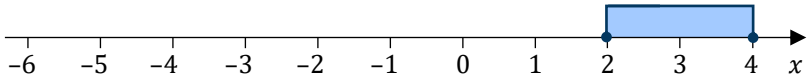
Spośród rysunków A–D wybierz ten, na którym prawidłowo zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność:

$$|x-1| \geq 3$$

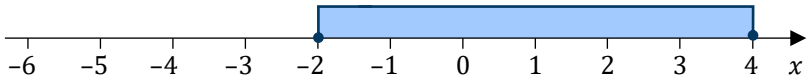
A.



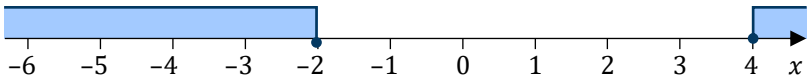
B.



C.



D.



Brudnopis

Zadanie 11. (0–1)

Grupa młodych flisaków organizujących spływy Dunajcem przygotowuje się do rozpoczęcia nowego sezonu. Obliczyli, że jednocześnie mogą przewieźć 102 osoby. Mają do dyspozycji 4–osobowe tratwy i 2–osobowe kajaki. Kajaków jest o 40% więcej niż tratw.

Dokończ zdanie. Wybierz prawidłową odpowiedź spośród podanych.

Liczbę kajaków a oraz liczbę tratw b można obliczyć z układu równań

A. $\begin{cases} 4a + 2b = 102 \\ b = 1{,}4a \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2a + 4b = 102 \\ a = 1{,}4b \end{cases}$

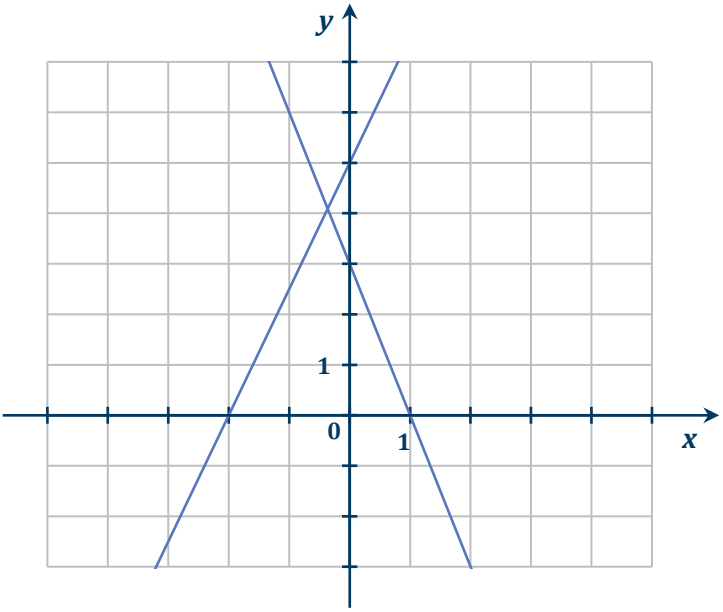
C. $\begin{cases} 4a + 2b = 102 \\ b = 0{,}4a \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2a + 4b = 102 \\ a = 0{,}4b \end{cases}$

Brudnopis

Zadanie 12. (0–1)

Na rysunku poniżej przedstawiono geometryczną interpretację jednego z układów równań.



Wskaż układ równań, którego interpretację przedstawiono na powyższym rysunku. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\begin{cases} 2(y-4)-5(x-3)=17 \\ 3x+y=3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y=-\frac{5}{2}x+5 \\ y=-3x+3 \end{cases}$

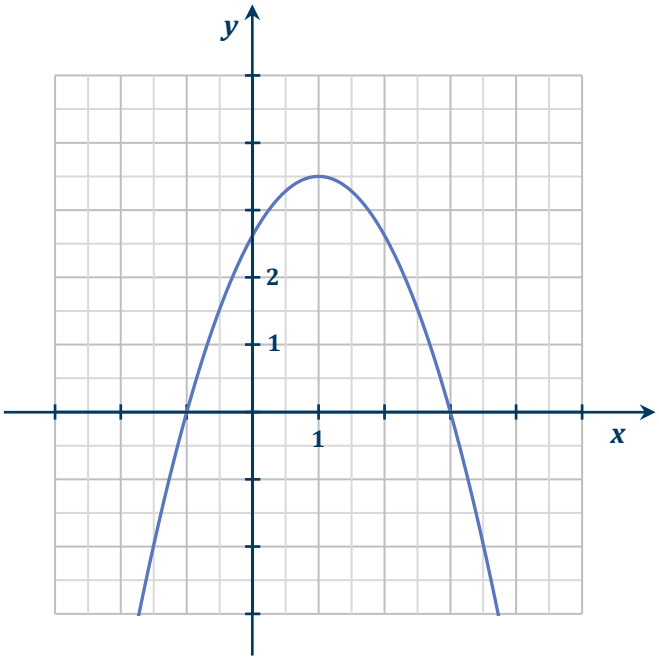
C. $\begin{cases} y=-\frac{5}{2}x+5 \\ 3(x+4)-\frac{1}{2}(2y+4)=-7 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2y=\frac{5}{2}x+5 \\ y=-3x+3 \end{cases}$

Brudnopis

Zadanie 13.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $y = f(x)$.



Zadanie 13.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz prawidłową odpowiedź spośród podanych.

Równanie osi symetrii paraboli to

A. $y = -1$ **B.** $x = 1$ **C.** $x = -1$ **D.** $y = 1$

13.2.
0-1

Zadanie 13.2. (0–1)

Zapisz w wykropkowanym miejscu zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja $y = f(x)$ osiąga wartości <u>nieujemne</u>.

.....

Brudnopis

13.3.
0–2

Zadanie 13.3. (0–2)

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 14. (0–1)

Funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - 3bx - 5$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Funkcja $y = f(x)$

A.	ma wierzchołek położony nad osią Ox,	ponieważ	**1.**	$9b^2 + 20 = 0$
B.	ma wierzchołek położony na osi Ox,		**2.**	$9b^2 + 20 < 0$
C.	ma wierzchołek położony pod osią Ox,		**3.**	$9b^2 + 20 > 0$

Brudnopis

15.
0-2

Zadanie 15. (0–2)

Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $2 \cdot 3^n - 3^{n+1} + 5 \cdot 3^{n+2}$ jest podzielna przez 6.

Zadanie 16. (0–1)

Wybierz prawidłową odpowiedź spośród podanych.

Ciąg $(7x+1,\ 2x+2,\ x-1)$ to rosnący ciąg geometryczny. Wtedy:

A. $x = 2$

B. $x = 5$

C. $x = 5$ lub $x = -\frac{1}{3}$

D. nie istnieje taki x

Brudnopis

17.
0-2

Zadanie 17. (0–2)

Kasia postanowiła, że będzie biegała codziennie przez 12 dni. Pierwszego dnia przebiegła 1,7 km, a każdego następnego przebiegła o 300 m więcej niż dnia poprzedniego.

Jaką długość miała trasa, którą przebiegła Kasia ostatniego dnia? Jaką łączną drogę przebiegła w ciągu 12 dni?

Zapisz obliczenia.

Zadanie 18. (0–1)

Punkty $A = (-2,4)$ i $C = (2,7)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego ABC.

Dokończ zdanie. Wybierz prawidłową odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABC wynosi

A. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ **B.** $25\sqrt{3}$ **C.** $\frac{25\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\frac{25\sqrt{3}}{4}$

Brudnopis

Zadanie 19. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz prawidłową odpowiedź spośród podanych.

Proste o równaniach $y = 6 + (5 - m)x$ i $y = 3(2m + 1)x + 2m$ są równoległe. Wtedy

A. $m = \frac{1}{2}$ **B.** $m = \frac{5}{3}$ **C.** $m = \frac{2}{7}$ **D.** $m = \frac{2}{5}$

Brudnopis

20.
0-2

Zadanie 20. (0–2)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są punkty $A = (0,0)$, $B = (3,0)$ i $C = (-3,4)$.

Oblicz cosinus kąta rozwartego BAC.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest równoległobok, którego boki mają długość 6 cm i $4\sqrt{2}$ cm, a kąt między nimi ma miarę $135°$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole tego równoległoboku wynosi 24 cm^2.	**P**	**F**
Długość krótszej przekątnej równoległoboku jest równa 20 cm.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 22. (0–1)

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 4 oraz $2\sqrt{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole koła wpisanego w ten trójkąt jest równe

A. 9π **B.** $(6-2\sqrt{5})\pi$ **C.** $(\sqrt{5}-1)\pi$ **D.** 49π

Brudnopis

Zadanie 23. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

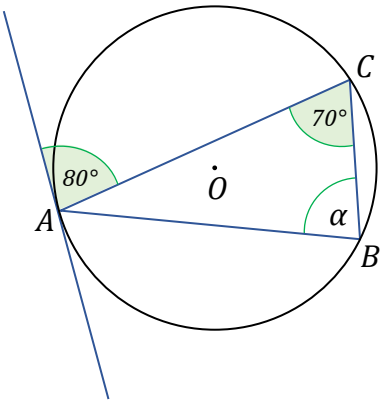
Wartość wyrażenia $2\sin^2 15° + \frac{\operatorname{tg} 48°}{\sin 48°} \cdot \sin 42° + 2\cos^2 15°$ jest równa

A. 3 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\operatorname{tg} 50°$ **D.** $\cos 50°$

Brudnopis

Zadanie 24. (0–1)

Punkty A, B i C leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek). Ponadto punkt A jest punktem styczności prostej i okręgu.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Miara kąta α wynosi $40°$.	**P**	**F**
Kąt BOC ma miarę $60°$.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 25. (0–1)

Dany jest trójkąt ABC, którego boki mają długości $|AB| = 7$, $|BC| = 5$ oraz $|AC| = 9$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC w punkcie D i dzieli go na dwa odcinki.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość krótszego odcinka wynosi

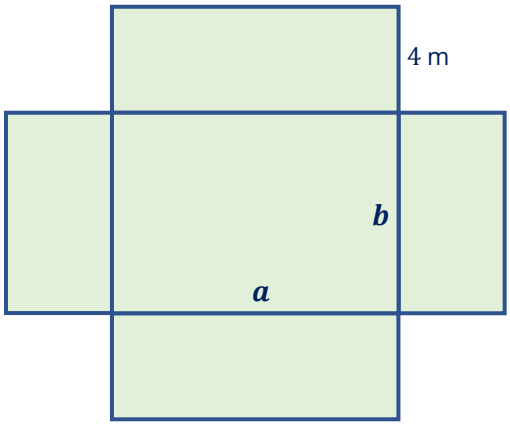
A. $5{,}25$ **B.** $3\frac{3}{4}$ **C.** $4\frac{1}{2}$ **D.** $2\frac{4}{5}$

Brudnopis

26.
0-4

Zadanie 26. (0–4)

Pewna firma otrzymała zamówienie na wykonanie basenu, którego projekt przedstawiono na poniższym rysunku.



Dno basenu ma być prostokątem o obwodzie równym 80 m, a jego głębokość ma wynosić 4 m.

Jakie wymiary w tym basenie powinno mieć dno, aby powierzchnia całkowita tego basenu była największa? Jaki będzie koszt płytek potrzebnych do wyłożenia ścian i dna basenu, jeżeli cena $1\ \text{m}^2$ płytek wynosi 23 zł.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 27. (0–1)

Dane są dwa trójkąty prostokątne $A_1B_1C_1$ oraz $A_2B_2C_2$. W każdym z tych trójkątów jeden z kątów ostrych wynosi $25°$. Pola tych trójkątów są równe odpowiednio $P_{A_1B_1C_1} = 25\ \text{cm}^2$ i $P_{A_2B_2C_2} = 900\ \text{cm}^2$.

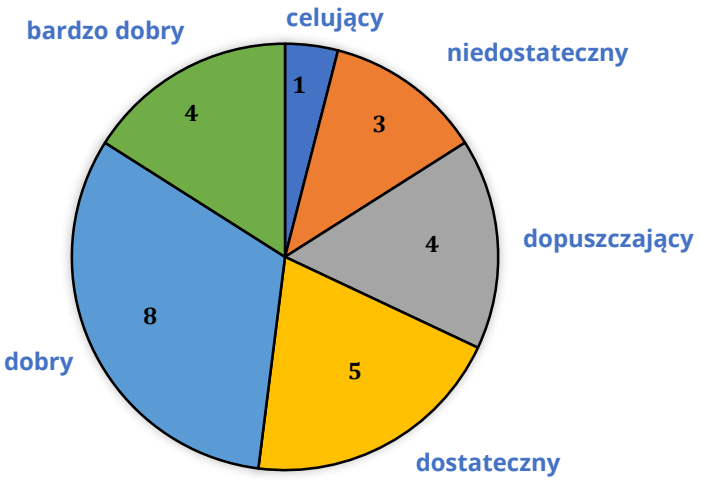
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Obwód trójkąta $A_1B_1C_1$ jest 36 razy mniejszy od obwodu trójkąta $A_2B_2C_2$.	**P**	**F**
Trójkąt $A_1B_1C_1$ jest podobny do trójkąta $A_2B_2C_2$ w skali $k = \frac{1}{6}$.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 28. (0–1)

Na diagramie kołowym przedstawiono zestawienie ocen ze sprawdzianu z matematyki w pewnej 25-osobowej klasie.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Mediana ocen ze sprawdzianu jest równa dominancie.	**P**	**F**
Średnia ocena ze sprawdzianu wynosi 3,5.	**P**	**F**

Brudnopis

29.
0–2

Zadanie 29. (0–2)

Ze zbioru liczb $\{0,1,2,3,4,5\}$ losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie bez zwracania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na wylosowaniu liczb, których suma jest nie mniejsza niż 8.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 30. (0–1)

Przekątna ściany bocznej sześcianu ma długość $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość tego sześcianu jest równa

A. $\frac{6\sqrt{6}}{32}$ **B.** $\frac{16}{6}$ **C.** $\frac{6}{16}$ **D.** $\frac{3\sqrt{6}}{32}$

Brudnopis

31.
0-4

Zadanie 31. (0–4)

W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym pole podstawy jest równe $24\sqrt{3}$ cm^2, a pole powierzchni dwóch ścian bocznych wynosi 24 cm^2.

Oblicz sinus kąta nachylenia wysokości tego ostrosłupa do krawędzi bocznej.

Zapisz obliczenia.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)